

各論

斜面のスライス法円弧すべり安定解析

龍岡 文夫* デュティン・アントワン**

1 はじめに

道路・鉄道盛土、河川・海岸堤防、宅造盛土、ため池堤体、フィルダム、自然・切取り斜面、補強斜面などの設計実務では、極限釣合い法に基づくスライス法円弧すべり安定解析が用いられている。しかし、設計指針類・教科書・技術書に示されている安全率の諸式は、のり先自由水面、地下水位、浸透流、地震荷重などの取扱いやスライス底面の直荷重の求め方などが異なっていて多様である。しかも、それぞれの式の基本仮定の説明がないか不十分な場合が多い。このため、これら諸式の関係が理解しにくい^{1)~4)}。本報では、基本的に全ケースに適用できる解法を、図-1に示す基本モデルを用いて、力学基礎・基本仮定から出発して解説することを試みる。

2 常時での円弧すべり安定解析の基礎

二次元円弧すべりでの安全率 F_s を、図-1に示す常時(水平震度 $k_h = 0$)の無補強斜面で説明する(耐震設計は6章で説明)。 F_s は、斜面の排水条件、飽和状態、浸透流の有無と大小に関わらず、またスライス底面の直荷重 P_i を求める際の仮定に関わらず(すなわち、Fellenius法、修正Fellenius法、Bishop法、Janbu法など異なる解法に共通して)、式(1)~(3)によって求めることができる。

$$F_s = \text{Min}[F_{\text{global}}] = \text{Min}[M_r/M_d] \dots\dots\dots(1)$$

$$M_d = R \cdot \sum (S_{wi}) = R \cdot \sum (W_i \cdot \sin \alpha_i) - M_w \dots\dots\dots(2)$$

$$M_r = R \cdot \sum (S_{fi}) \dots\dots\dots(3)$$

各試行すべり円弧に対して、 M_d は滑動モーメント、 S_{wi} はスライス i の底面に作用するせん断力、 M_r は抵抗モーメント、 S_{fi} はスライス i の底面で発揮できる土のせん断抵抗力、 W_i はスライス i の湿潤重量、 α_i はスライス i の底面の水平からの角度、 M_w は斜面の水没部に作用する総水圧 U_{AB} による M_d の減少分である。地下水位・浸潤面が変化すると、 W_i と S_{fi} は変化して M_d と M_r は変化する。式(1)のMinは、試行すべり円弧の中心 C の位置と半径 R を変化させて安全率 F_{global} の極小値 F_s を得ることを意味する。

本解法は各スライスでの力の釣合いに基づいて、鉛直・水平2方向の力の釣合いは閉じた力の多角形(図-2)で表現される。式(1)は、すべり土塊全体のモーメントの釣合いを表現していて、仮定[1]に基づいている。

仮定[1]: 実際は各スライスでの局所安全率 $F_{si} = (\text{土$

のせん断抵抗力 $S_{fi})/S_{wi}$ は異なり S_{fi} は同時には発揮されないが、全スライスで $F_{si} = S_{fi}/S_{wi}$ は同じで全体安全率 F_{global} に等しく S_{fi} は同時に発揮される、と仮定する。

その結果、「動員された抵抗モーメント(M_r) $_{\text{mob}} = R \cdot \sum (S_{fi}/F_{si})$ 」は $R \sum (S_{fi})/F_{\text{global}}$ となり、式(3)によって(M_r) $_{\text{mob}} = M_r/F_{\text{global}}$ となる。一方すべり土塊全体のモーメントの釣合い式は $M_d = (M_r)_{\text{mob}}$ であることから、 $M_d = M_r/F_{\text{global}}$ (式(1))が得られる。

式(2)の S_{wi} は、スライス鉛直側面に作用する土圧・間隙水圧の影響を受ける高度な不静定力であり、正解は極限釣合い法では求まらない。しかし「各スライスでの S_{wi} による滑動モーメントの全スライスでの総計」である $M_d = R \cdot \sum (S_{wi})$ は、式(4)で示すように、「各スライスで S_{wi} と釣り合う他のすべての荷重成分によるモーメントの全スライスでの総計」と等しいことから、各スライスでの S_{wi} が不明のまま、式(2)によって求めることができる。

$$M_d = R \cdot \sum (S_{wi}) = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} \dots\dots\dots(4)$$

- ① = 「スライス i の湿潤重量 W_i による M_d 成分」の全スライスでの総計 $= R \cdot \sum (W_i \cdot \sin \alpha_i)$
- ② = 「スライス i の両鉛直側面に作用する間隙水圧 U_i , U_{i+1} と有効土圧 E'_i , E'_{i+1} による M_d 成分」の全スライスでの総計。 U_i , U_{i+1} と E'_i , E'_{i+1} は滑動土塊内の内力なので、この総計はゼロである。
- ③ = 「スライス i の底面に作用する直荷重 P_i (=有効直荷重 P'_i +底面間隙水圧 U_{bi})による M_d 成分」の全スライスでの総計。 P_i はすべり円弧の中心 C に向かっていて M_d 成分はゼロなので、この総計はゼロである。
- ④ = 「水没した各スライスの上端面に作用する水圧 U_{ti} の合力である総水圧 U_{AB} による M_d 成分」 $= -M_w$ (図-1に示すように M_d を減じる場合に M_w は正)。

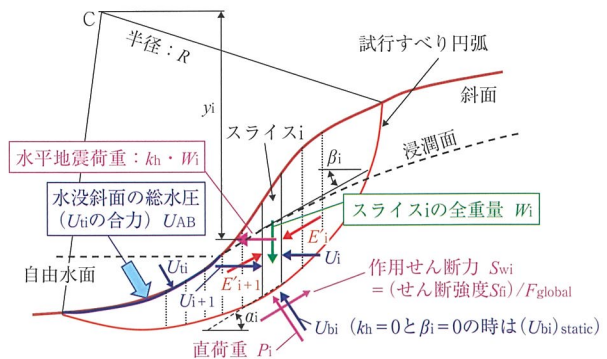
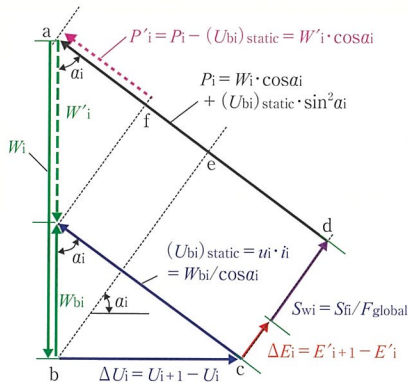


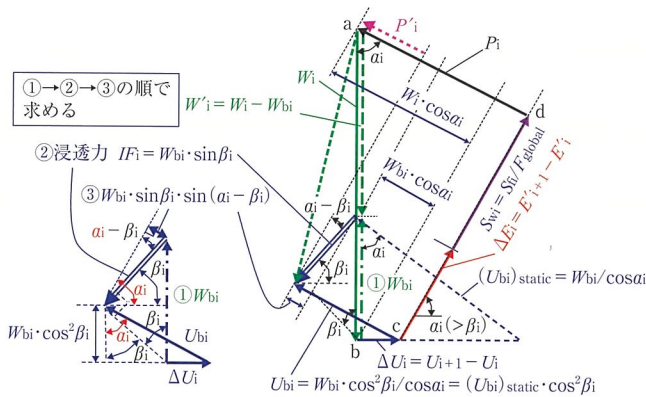
図-1 二次元スライス法による円弧すべり安定解析^{1)~4)}

* TATSUOKA Fumio 東京大学・東京理科大学 名誉教授, 工博
** DUTTINE Antoine (株)複合技術研究所 解析技術部, 工博

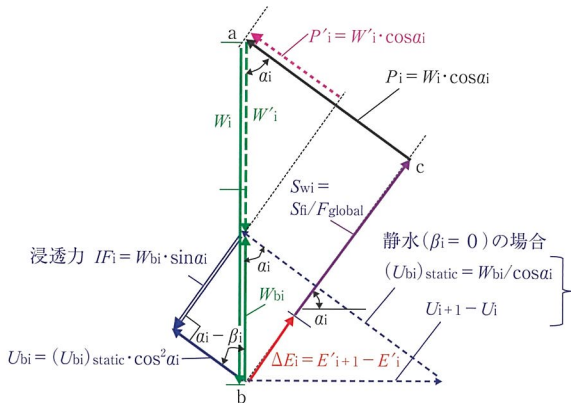
東京都新宿区四谷1-23-6 協立四谷ビル5F



(a) 静水状態 ($\beta_i=0$) の斜面での底面角度が α_i のスライス



(b) 浸透流がある斜面で $\alpha_i > \beta_i > 0$ のスライス



(c) 浸透流がある斜面での $\beta_i = \alpha_i$ のスライス

図-2 常時($k_h=0$)の各試行すべり円弧において上端が水没していないスライスでの修正Fellenius法に基づく力の多角形

なお、 M_w は「 U_i 、 U_{i+1} 、 U_{bi} と U_{ti} による M_d 成分」の全スライスでの総計に等しい。これは、「内力である U_i 、 U_{i+1} による M_d 成分の総計」と「円弧中心Cに向かう U_{bi} の M_d 成分の総計」はともにゼロであるが、 U_{ti} は内力ではなく円弧中心Cに向かってもいないので、その M_d 成分の総計はゼロではないからである。また、各スライスにおいて、 U_i 、 U_{i+1} 、 U_{bi} と U_{ti} は併せて浮力 W_{bi} と浸透力 IF_i として作用する。これらから、 M_w は W_{bi} による M_d の減少と IF_i による M_d の増加の合算でもある。なお、多くの設計指針類では式(2)に M_w を含まない式が示されているが、その場合 $M_w > 0$ の斜面においては M_d を過大評価し F_s を過小評価する(5章参照)。

なお、式(2)は「 $M_w=0$ の斜面において、各スライス

で $S_{wi} = W_i \cdot \sin \alpha_i$ が成り立つことを示している」と誤解しやすい。しかし、図-2(a), (b), (c)で示すように、各スライスにおいて $S_{wi} = W_i \cdot \sin \alpha_i$ は成り立っていない。

式(3)の S_{fi} は、排水せん断抵抗力であれば通常式(5)によって求める(飽和土の非排水せん断抵抗力は6章で説明)。

$$S_{fi} = \tau_{f,D,i} \cdot h_i \dots \dots \dots (5a)$$

$$\tau_{f,D,i} = (c'_i + c_{ai}) + (P'_i/h_i) \cdot \tan \phi'_i \dots \dots \dots (5b)$$

h_i はスライス i の底長、 $\tau_{f,D,i}$ は排水せん断強度である。 c'_i は真の粘着力係数、 c_{ai} は不飽和状態でのサクシオンによる見かけの粘着力係数、 ϕ'_i は有効応力で定義した内部摩擦角であり、第一近似として不飽和状態で c_{ai} に独立と仮定している。これら強度パラメータは、各スライスで異なっても構わない。また、破壊の進行性の無視した仮定[1]によって危険側の結果とならないように、これらの強度パラメータは計測したピーク値を適度に低減して設計値とする必要がある。

排水せん断抵抗力 S_{fi} (式(5))は、有効直荷重 P'_i (=全直荷重 P_i -間隙水圧 U_{bi})の関数であるが、 P_i 、 P'_i は不静定力であり力の釣合いの検討だけでは求まらず、以下で説明するように何らかの仮定をしないと求まらない。

3 修正Fellenius法

図-2(a)は、浸潤面が水平の静水状態での上端が水没していないスライス i での力の多角形である。スライス湿潤重量 W_i ($a \rightarrow b$)、スライス両鉛直側面での間隙水圧 U_i 、 U_{i+1} の合力 ΔU_i ($b \rightarrow c$)、スライス両鉛直側面での有効土圧 E'_i 、 E'_{i+1} の合力 ΔE_i とスライス底面の作用せん断力 S_{wi} ($c \rightarrow d$)、スライス底面の全直荷重 P_i ($d \rightarrow a$)=有効直荷重 P'_i ($f \rightarrow a$)+間隙水圧 $(U_{bi})_{static}$ ($d \rightarrow f$)は、閉じた多角形を形成している。式(5)での P'_i は、この力の多角形に基づく式(6)で求められる。

$$P'_i = W'_i \cdot \cos \alpha_i \dots \dots \dots (6)$$

有効重量 $W'_i = W_i - W_{bi}$ は、浸潤面より上の湿潤重量と浸潤面より下の水中重量の和であり、浮力 W_{bi} はスライス i の水没体積 \times 水の単位体積重量 γ_w である。図-2(a)に示す力の多角形は修正Fellenius法に基づくものであり、以下の仮定[2]と物理法則[A]に基づいている。

仮定[2]: スライス両鉛直側面に作用する有効土圧(間隙水圧を含まない) E'_i 、 E'_{i+1} の合力 ΔE_i は、常にスライス底面に平行であり P'_i 方向の力の釣合いに無関係とする。

物理法則[A]: スライス両鉛直側面での間隙水圧 U_i 、 U_{i+1} は、水平方向(すなわち側面直交方向)に作用する。

式(6)による P'_i は F_{global} に独立であるので、 $F_{global}=1.0$ であり $S_{wi} = S_{fi}$ の状態を表す式(5)に適用できる。また、この仮定による誤差は通常は大きくない^{1)~4)}。さらに、4, 6, 7章で示すように浸透力、地震力、引張り補強がある場合でも、この仮定に基づくことで P'_i を簡明な式によって求めることができる。なお、図-2(a)に示す S_{wi} は修正Fellenius法による近似解であり、 M_d (式(2))における正解とは異なる(ただし、この正解は算定でき

ず、また算定する必要はない)。

また、図-2(a)において静水時の底面間隙水圧 $(U_{bi})_{static}$ を用いると、式(7)、(8)が得られる。

$$P'_i = P_i - (U_{bi})_{static} = [W_i \cdot \cos \alpha_i + (U_{bi})_{static} \cdot \sin^2 \alpha_i] - (U_{bi})_{static} = W_i \cdot \cos \alpha_i - (U_{bi})_{static} \cdot \cos^2 \alpha_i \dots \dots \dots (7)$$

$$W_i = W'_i + W_{bi} = W'_i + (U_{bi})_{static} \cdot \cos \alpha_i \dots \dots \dots (8)$$

式(8)を式(7)に代入すると、式(6)が得られる。すなわち、式(6)では間隙水圧 U_i, U_{i+1}, U_{bi} と U_{ti} の P'_i に対する影響は浮力 W_{bi} として W'_i の中に包含されている。また式(6)は、図-2(a)に示すように、 E'_i, E'_{i+1} を無視しているわけではない。なお、地下水位が変化した場合、式(1)~(3)、(5)~(8)の表記は変化しないが、各スライスでの湿潤重量 W_i と有効重量 $W'_i = W_i - W_{bi}$ は変化して F_{global} は変化し、安全率 F_s は変化する。

【誤った算定式】：ほとんどの設計指針類では、式(6)によって P'_i を求めている。しかし、Fellenius法あるいは一般スライス法 (The Ordinary Method of Slices) として、静水状態に対して式(10)を示している教科書・文献が散見される。

$$P'_i = P_i - (U_{bi})_{static} \dots \dots \dots (9)$$

$$P'_i = W_i \cdot \cos \alpha_i - (U_{bi})_{static} \dots \dots \dots (10)$$

式(10)は、有効応力の原理である式(9)に $P_i = W_i \cdot \cos \alpha_i$ を代入すると得られる。しかし、図-2(a)において正解である P_i ($d \rightarrow a$) は $W_i \cdot \cos \alpha_i$ ($e \rightarrow a$) とは異なっており、式(10)は誤りであることは明白である。 $P_i = W_i \cdot \cos \alpha_i$ は、 P_i 方向の力の釣合いにおいて、① E'_i, E'_{i+1} と U_i, U_{i+1} を無視するか、② 仮定[2]に加えて以下の誤った仮定[3]に基づかないと導びけない。

仮定[3]：スライスの鉛直側面に作用している間隙水圧 U_i, U_{i+1} と U_{ti} の合力 ΔU_i は、作用方向がスライス底面に平行であり、したがって P_i に寄与しない。

仮定[3]は、物理法則[A]に反する。図-2(a)では、式(6)による正しい P'_i は $f \rightarrow a$ であり正值であるが、式(10)に従って $W_i \cdot \cos \alpha_i$ ($e \rightarrow a$) から $(U_{bi})_{static}$ ($d \rightarrow f$) を差し引くと $P'_i < 0$ となる。つまり、式(10)では $(U_{bi})_{static}$ と α_i が一定程度以上大きくなると $P'_i < 0$ が得られて解析不能になる。また、次章で説明する浸透流の影響も、仮定[3]に基づくと解析できない。

4 浸透流の影響

図-2(b)は、常時で定常浸透流を受ける斜面における「スライス底面角度 $\alpha_i >$ 浸潤面角度 $\beta_i > 0$ 」のスライス i での修正Fellenius法に基づく力の多角形である。図-3に示すように「等ポテンシャル面は浸潤面からの深さによらず浸潤面に直交する直線」と近似することで、スライス i の内部で浸透流の方向は一定となり、スライス i に作用する浸透力 IF_i の方向は浸潤面の方向 (角度 β_i) と一致する。そのような近似の結果、図-2(b)に示すように、① 浮力 W_{bi} を求め、② W_{bi} から浸透力 $IF_i = W_{bi} \cdot \sin \beta_i$ を求め、③ IF_i から浸透力による P'_i の減少量 $W_{bi} \cdot \sin \beta_i \cdot \sin(\alpha_i - \beta_i)$ を求めれば、 P'_i の方向の力の釣合いから式(11)が得られて、 P'_i が算定できる。

$$P'_i = W_i \cdot \cos \alpha_i - W_{bi} \cdot \{\cos \alpha_i + \sin \beta_i \cdot \sin(\alpha_i - \beta_i)\} \dots \dots \dots (11)$$

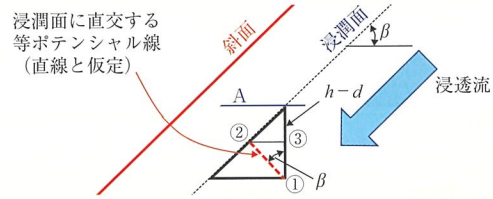


図-3 浸透流がある斜面上でポテンシャル線が浸潤面に直交した直線の場合での間隙水圧の説明

式(11)は、 α_i と β_i の大きさ・符合・大小関係に関わらず成り立つ。静水状態 ($\beta_i = 0$) では、全スライスで式(11)は式(6)に戻る。浸透流がある斜面では、 $\beta_i = \alpha_i$ のスライスに限って式(11)は式(6)になる。これは、図-2(c)に示すように、スライス両鉛直側面に作用する間隙水圧 U_i と U_{i+1} は、大きさ・方向が同じで向きが逆なので合力 ΔU_i はゼロとなり力の多角形に表れず、したがって浸透力 IF_i はスライス底面に平行となるため、 P'_i の値に影響しないからである。

しかしながら、式(6)は図-2(b)に示すような $\alpha_i \neq \beta_i$ のスライスにおける力の多角形の解析から導けない。一方、多くの設計指針類では、浸透流がある斜面 ($\beta_i > 0$) に対して、 $\beta_i \neq \alpha_i$ のスライスを含め全スライスに式(6)を適用して P'_i を求めている。これは、暗黙のうちに以下の仮定[4]をしているからである。

仮定[4]：長大直線一様斜面の場合と同様に、全スライスで浸潤面はスライス底面と平行で $\beta_i = \alpha_i$ であり、浸透力 IF_i はスライス底面と平行である、と近似する。

この近似による P'_i の誤差 (すなわち S_{β} の誤差) は、 $\beta_i - \alpha_i$ が大きくなるほど大きくなるが、 $\beta_i - \alpha_i$ の符号によって誤差の符号は変わる。抵抗モーメント M_r (式(3)) はすべり円弧全体にわたる $R \cdot S_{\beta}$ の積分値なので、5章に示す計算例のように、 $\beta_i - \alpha_i$ の符号が正から負に変化する通常のすべり円弧では、この近似による F_s (式(1)) の誤差はキャンセルされて小さくなる。しかし、浸透流がある斜面で式(6)を全スライスに適用する根拠を以上のように説明した指針類・文献は見当たらない。このため、浸透流がある斜面の安定計算を理解するのが難しい状態となっているようである。

浸潤面の形状が複雑であり、仮定[4]の適用性が低いと思われる場合がある。その場合に式(5b)で用いる P'_i は、式(6)あるいは式(11)の代わりに、浸透流解析によって斜面内の間隙水圧分布を求めて、各スライスの境界に作用する間隙水圧に基づいて、図-2(b)に示すような力の多角形を描くことによって求めることができる。

また、浸透流のある状態では、図-2(b)と図-2(c)に示すように式(12)が近似的に成り立っている。

$$U_{bi} = (U_{bi})_{static} \cdot \cos^2 \beta_i \dots \dots \dots (12)$$

$(U_{bi})_{static}$ は、浮力 W_{bi} が同じ値である静水状態での間隙水圧である。図-3を参照して、浸潤面の角度が β である斜面内の箇所① (水深は $h-d$) での間隙水圧 u は、水深が同じ静水時での値 u_{static} よりも小さい。すなわち、箇所①での水頭は同一のポテンシャル線上の箇所②での

表-1 M_d と P'_i の求め方が異なる式に基づく安全率

安全率 F_s	M_d の求め方	M_r を求めるための P'_i の求め方
$[F_s]_C$	式(2)	一般解：式(11)
$[F_s]_A$	式(2)	近似解：式(6)
$[F_s]_{code}$	式(2)で $M_w = 0$ を仮定	近似解：式(6)

斜面の土質条件： $c' = 6kPa$ ； $\phi' = 40$ 度
 全単位体積重量 γ_t ：浸潤面より上 $19kN/m^3$ ；
 浸潤面より下 $\gamma_{sat} = 20kN/m^3$

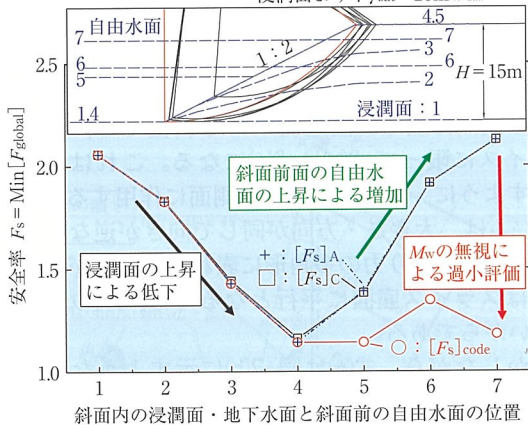


図-4 表-1に示す三種類の F_s と浸潤面・自由水位条件1~7との関係(図に示す円弧は各種解析で得られた臨界円弧)^{1)~4)}

水頭と同じである。ポテンシャル線は斜面に直交した直線と仮定すれば式(13)が成り立ち、したがって式(12)が成り立つ。

①での間隙水圧 u

$$= \text{「①-②間の鉛直距離} = (h-d) \cdot \cos^2 \beta \cdot \gamma_w \cdot h$$

$$= \text{「静水時で地下水位がAの位置にあるときの}$$

$$\text{静水圧} u_{static} = \gamma_w \cdot (h-d) \cdot h \cdot \cos^2 \beta \quad \dots\dots\dots(13)$$

【誤った算定式】：一部の教科書・文献では、静水状態だけでなく浸透流がある斜面に α_i と β_i の関係に関わらず適用できる一般式として、式(14)が示されている。

$$P'_i = W_i \cdot \cos \alpha_i - U_{bi} \quad \dots\dots\dots(14)$$

しかし、 $U_{bi} = (U_{bi})_{static}$ である静水状態(図-2(a))では式(14)は式(10)に戻るが、前述のように式(10)は誤っている。浸透流がある斜面に対して式(10)は適用できないが、浸透流がある場合の間隙水圧 U_{bi} を用いた式(14)も、図-2(b)に示すように $\alpha_i \neq \beta_i$ のスライスでは成り立たない。ただし、 $\alpha_i = \beta_i$ のスライス(図-2(c))に限っては、式(12)に $\beta_i = \alpha_i$ を代入すると $U_{bi} = (U_{bi})_{static} \cdot \cos^2 \alpha_i = W_{bi} \cdot \cos \alpha_i$ が得られて、これを式(14)に代入すると式(6)となる。すなわち、式(14)によって P'_i の正しい値が得られる。しかし、式(14)を全スライスに式(11)の近似式として適用して P'_i を得て式(5b)に適用することはできない。これは、図-2(b)のように、 $\alpha_i > \beta_i > 0$ のスライスで式(14)による P'_i は負になる場合があるからである。一方、水中重量が正である通常の土では常に $W'_i > 0$ であり式(6)で得られる P'_i は常に正となるので、式(6)を全スライスに式(11)の近似式として適用しても、式(14)での上記の問題は生じない。

なお、図-2(c)に示す $\alpha_i = \beta_i$ のスライスでは、スライス底面での間隙水圧 U_{bi} は浮力 W_{bi} とスライス底面方向に作用する浸透力 IF_i に分解されて、式(15)が得られる。

$$S_{wi} = W_i \cdot \sin \alpha_i - \Delta E_i = (W'_i + W_{bi}) \cdot \sin \alpha_i - \Delta E_i$$

$$= W'_i \cdot \sin \alpha_i + W_{bi} \cdot \sin \alpha_i - \Delta E_i = W'_i \cdot \sin \alpha_i + IF_i - \Delta E_i$$

$$\dots\dots\dots(15)$$

式(15)を参照して、浸潤面が上昇した場合、浸透力 IF_i は増加する一方で $W'_i \cdot \sin \alpha_i$ は低下するため、作用せん断力 S_{wi} は大幅には増加しない。一方、 S_{wi} は湿潤重量 W_i に支配されていて、浸潤面上昇で W_i が増加すれば増加し、その結果 M_d (式(2))は増加し安全率 F_s (式(1))は低下する。しかし、浸潤面より上の土でも飽和状態に近い場合が多く、その場合は浸潤面上昇に伴う W_i の増加による S_{wi} の増加は小さい。一方、浸潤面上昇によって有効重量 W'_i は確実に減少し、 P'_i (式(6))は確実に減少する。粘着力が無視できるか小さい砂礫では、この P'_i の減少によるせん断抵抗力 S_{wi} の低下率は大きくなり、安全率 F_s (式(1))は大幅に低下することになる。

5 常時・排水状態での解析例

図-4は、様々な水理条件のケース1~7で、共通に修正Fellenius法であるが、 M_d と P'_i の求め方が異なる3つの方法(表-1)によって求めた、常時で排水状態での安全率 F_s と水理条件との関係である。

$[F_s]_C$ は、ケース1~7のすべてに適用できる一般的な解である。この値は、自由水面と浸潤面の変化によって大きく変化する。斜面前に自由水面がないが浸潤面が盛土天端まで達しているケース4での $[F_s]_C$ は、地下水位が斜面よりも低いケース1での値から半減しており、 F_s に対する浸潤面の影響は非常に大きいことを示している。

$[F_s]_A$ は一般解 $[F_s]_C$ の近似解であるが、この解析例では、近似による誤差が最大となるケース4でも $[F_s]_C$ との差は小さい。これは、前述のように、このように浸透流が斜面に並行的に下方に向かっている斜面では、式(6)を全スライスに適用することによる誤差は抵抗モーメントの全スライスでの積分値である M_r (式(3))では大きくキャンセルされるからである。つまり、 $[F_s]_A$ は実用的な近似解といえる。ただし、この近似解での誤差を確認したい場合は、 $[F_s]_C$ を直接計算するのがよいであろう。

図-4を見ると、ケース4の状態からのり先の自由水面が上昇すると $[F_s]_C$ と $[F_s]_A$ は上昇し、ほぼ完全水没したケース7での値は地下水位が低いケース1での値にほぼ回復している。 M_w が安定した大きな値であるフィルダムなどの貯水構造物の実務設計では、過大に過剰設計とならないように $M_w > 0$ の効果を考慮した $[F_s]_A$ を用いている。

一方、 $[F_s]_{code}$ はケース1~4では $[F_s]_C$ および $[F_s]_A$ とほぼ同じであるが、ケース5~7で斜面のり先の自由水位が高くなり M_w が大きくなるほど $[F_s]_C$ と $[F_s]_A$ の値よりも小さくなる。斜面がほぼ水没したケース7では、 $[F_s]_{code} \approx [F_s]_A/2$ と非常に小さくなっている。しかし、道路・鉄道盛土・河川堤防の指針類では $[F_s]_{code}$ を用いている。これは、通常の状態では斜面のり先に安定した深い自由水面が存在しないことを想定しており、 $M_w >$

0が一時的に有意の値となる場合に対しては $[F_s]_{code}$ を用いれば、過剰ではない範囲で安全側となるからである。ただし、 $M_w > 0$ が安定した有意の値である場合に対しては、 $[F_s]_A$ を用いるのが合理的である。

6 地震時安全率

水平震度 k_h が一様に作用する斜面では、各スライスで水平地震力 $k_h \cdot W_i$ は湿潤重量 W_i の重心に作用するので、滑動モーメント M_d は式(2)に替わり式(16)によって求める⁵⁾。

$$M_d = R \cdot \sum (S_{wi}) = R \cdot \sum (W_i \cdot \sin \alpha_i) - M_w + k_h \cdot \sum (W_i \cdot y_i) \quad \dots(16)$$

y_i は W_i の重心の試行円弧の中心Cからの鉛直距離である(図-1)。非一様な k_h や鉛直震度 $k_v > 0$ の影響は、同様な考え方で考慮できる。

なお、フィルダムの実務設計⁶⁾では、力学的説明は難しいが、 $k_h \cdot W_i$ はスライス底面に作用するとしている。この規定は、 M_d を過大評価して F_s を過小評価し、安全側となる。ただし、すべり面が臨界円弧の半径 R に対して浅くなるほど誤差は小さくなる²⁾。

F_s (式(1))は、 k_h が斜面の外方向に作用するときに対して求めるが、このとき排水状態が保たれていれば P'_i は k_h によって減少するので、式(6)に替わり式(17)で求める。

$$P'_i = W'_i \cdot \cos \alpha_i - k_h \cdot W_i \cdot \sin \alpha \quad \dots(17)$$

この場合も、修正Fellenius法での仮定[2]を適用して「地震荷重の影響を含む E'_i 、と E'_{i+1} の合力 ΔE_i はスライス底面に平行」と仮定している。また、土の排水せん断強度(式(5b))は、実際にはピーク値を發揮後すべりの進展に伴って残留値に向かって低下し、単位すべり量に対する低下速度は粒径が大きくなるほど低下する。また、締固めによって、ピーク値は増加するが残強度は一定である。Newmark法によって、このようなひずみ軟化現象を考慮して斜面の残留すべりを解析できる^{7), 8)}。

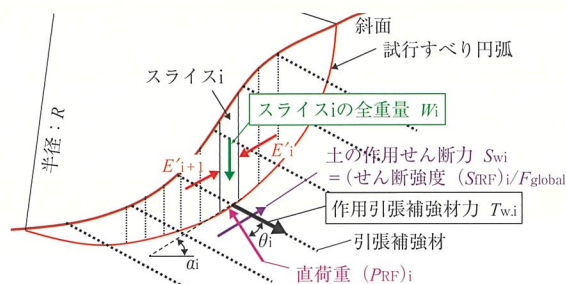
一方、地震時に非排水条件となる飽和土の場合、 M_d は式(2)で求めるが、非排水せん断抵抗力を式(18)で求めてから抵抗モーメント M_r (式(3))を求める。

$$S_{fi} = \tau_{f.u.i} \cdot h_i \quad \dots(18)$$

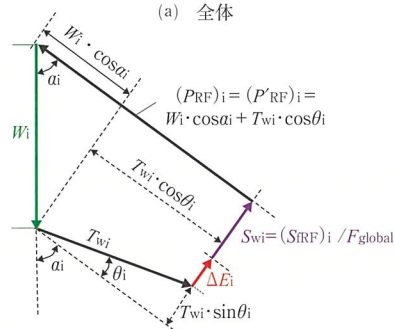
$\tau_{f.u.i}$ は飽和非排水せん断強度であり初期有効応力状態の関数であり、 k_h によって全応力 P_i/h_i が減少しても減少しない。 $\tau_{f.u.i}$ に対する締固めの影響は、排水せん断強度(式(5b))よりもはるかに大きい。さらに、締固めが悪いほど $\tau_{f.u.i}$ は地震中に非排水繰返し载荷によって大きく低下する(極端な場合が液状化)。これらのため、飽和盛土の地震時すべりに対する締固めの影響は非常に大きくなる。Newmark-D法^{7), 8)}は、この現象を考慮して地震時残留すべり変位を算定する方法であり、2011年東日本大震災での福島県藤沼ダムの崩壊の解析および復旧ダムの耐震設計に活用された⁹⁾。

7 引張り補強された斜面

図-5(a)は引張り補強された斜面であり、説明を簡明にするため間隙水圧・自由水位と地震荷重は考慮していない。安全率 F_s は式(1)を修正した式(19)で求める^{10), 11)}。実務設計では、滑動モーメント M_d は補強効果を考慮し



(a) 全体



(b) スライスiでの力の多角形((S_{fRF})_iを求める場合は $T_{wi} = T_{ai}$)

図-5 引張り補強された斜面(常時で間隙水圧・自由水位がない場合)

ていない式(2)で求め、抵抗モーメント(M_r)_{RF}は式(3)を補強効果を考慮して修正した式(20)で求め場合が多い。 ΔM_r (式(23))は、引張り補強による抵抗モーメントの増加である。補強斜面での土の排水せん断抵抗(S_{fRF})_iは式(5)を修正した式(21)で求め、スライス底面での有効直交力(P'_{RF})_iは式(6)を修正した式(22)で求める。 θ_i は、補強材がスライス底面の直交方向からなす角度である。

$$F_s = \text{Min}[(M_r)_{RF} / M_d] \quad \dots(19)$$

$$(M_r)_{RF} = R \cdot \sum \{(S_{fRF})_i\} + \Delta M_r \quad \dots(20)$$

$$(S_{fRF})_i = (c'_i + c_{ai}) \cdot h_i + (P'_{RF})_i \cdot \tan \phi'_i \quad \dots(21)$$

$$(P'_{RF})_i = W'_i \cdot \cos \alpha_i + T_{ai} \cdot \cos \theta_i \quad \dots(22)$$

$$\Delta M_r = R \cdot \sum (T_{ai} \cdot \sin \theta_i) \quad \dots(23)$$

図-5(b)において、 T_{wi} はスライスiの底面での補強材(単数あるいは複数)の作用引張り抵抗力である。 T_{wi} は、 F_{global} の関数である周囲の土のひずみ状態と補強材の剛性に支配されて(P'_{RF})_iと同様に不静定力であるので、力の多角形(図-5(b))からは求まらない。実務設計では、便宜的な方法として、(S_{fRF})_iが發揮されるときの T_{wi} を F_{global} に独立な許容引張り抵抗力 T_{ai} として規定し、式(22)によって T_{ai} から(P'_{RF})_iを求めている。 $T_{ai} \cdot \cos \theta_i$ は、 T_{ai} によるスライス底面の直交力の増加(締付け効果)である。なお図-5(b)では、各スライスの両鉛直側面・上端面に補強材引張り力が作用した場合は土圧反力と釣り合い、これらは(P'_{RF})_iに影響しないとし、また修正Fellenius法を適用して補強の影響を受けないスライス両鉛直側面の土圧の合力 ΔE_i の方向はスライス底面に平行と仮定している。

式(22)での許容引張り力 T_{ai} は式(24)で求める^{10), 11)}。

$$T_{ai} = f(\theta_i) \cdot \text{Min}(T_{si}, T_{ti}, T_{2i}) / F_{RF} \quad \dots(24)$$

T_{si} は引張り破断強度、 T_{ti} は各試行すべり面から奥の地山からの引抜け抵抗力、 T_{2i} は試行すべり面の位置におけるすべり土塊からの引抜け抵抗である。 T_{ti} は、補強

材表面摩擦抵抗 τ_B の補強材周長とアンカー長に対する積分値であり、 τ_B は補強材表面の有効直応力と摩擦係数の積である。 T_{2i} は、補強材頭部を一定の剛性があるのり面工・受圧板に連結すれば十分大きくなり、式(24)の最小値とはならない。 F_{RF} は補強材の材料安全率であり、斜面の安全率 F_s (式(1)) とは別途に設定する(より詳細な方法では、 T_{si} 、 T_{li} 、 T_{2i} で別個の F_{RF} を設定する)。実務では、安全側となるように、土の作用せん断力 S_{wi} がせん断抵抗 $(S_{fRF})_i$ となる $F_{global}=1.0$ の状態での許容引張抵抗力 T_{ai} はピーク強度到達前の値であるとして、 $F_{RF}>1.0$ を用いている^{10), 11)}。

$f(\theta_i)$ は、同じ補強材の配置でも各スライスでの T_{ai} の値は θ_i の値に依存する、という特性を表現した関数である。 $f(\theta_i)$ は、補強材方向が周囲の土での最小主ひずみ ε_3 (最大引張りひずみ) の方向と一致するとき(近似的に $\theta_i=45^\circ-\phi'/2$ のとき) に極大値 1.0 となり、 θ_i がその値から離れて補強材方向の直ひずみが減少し補強材方向がすべり面方向と一致する $\theta_i=90^\circ$ と $\theta_i=-\phi'$ のときにほぼゼロになる。この特性を考慮した設計法¹¹⁾ に対して、補強材を斜面直交方向に設置することにより平均的には補強材方向 $\approx \varepsilon_3$ 方向となると想定して、 $f(\theta_i)=1.0$ を設定する場合も多い。

ΔM_d (式(25)) は、図-5(b)を参照して $F_{global} \geq 1.0$ の状態での作用引張り力 T_{wi} による作用せん断力 S_{wi} の減少(吊上げ効果)に伴う滑動モーメントの減少分である。

$$\Delta M_d = R \cdot \sum (T_{wi} \cdot \sin \theta_i) \dots\dots\dots (25)$$

式(25)は、スライス両鉛直側面・上端面での作用補強材引張り力と、それによる土圧反力はすべり土塊内の内力であり、また $(P'_{RF})_i$ はすべり円弧中心に向かっていることから、これらによる M_d の増分はゼロであることによって導かれる。 ΔM_f (式(23)) は、 ΔM_d (式(25)) を式(26)によって換算することによって得られる。

$$\Delta M_f = \Delta M_d \cdot F_s \dots\dots\dots (26)$$

すなわち、 $F_{global}=F_s$ である臨界すべり円弧において、 F_s が 1.0 に向かって低下して土の作用せん断力 $S_{wi} = (S_{fRF})_i / F_s$ がピーク強度 $(S_{fRF})_i$ に接近して土のひずみが増加すると、補強材の引張りひずみも増加して作用引張り力 T_{wi} は増加して「 $F_s=1.0$ の状態での T_{wi} の値である T_{ai} 」に近づく。この特性を $T_{wi}=T_{ai}/F_s$ で近似して式(23)に代入すると $\Delta M_f = R \cdot \sum (T_{ai} \cdot \sin \theta_i) / F_s$ が得られるので、式(25)を参照すれば式(26)が得られる。式(26)を式(20)に代入して得られる $(M_f)_{RF} = R \cdot \sum \{(S_{fRF})_i\} + \Delta M_d \cdot F_s$ を式(19)に代入すると式(27)が得られて、式(27)から式(28)が得られる。

$$F_s = [R \cdot \sum \{(S_{fRF})_i\} + \Delta M_d \cdot F_s] / M_d \dots\dots\dots (27)$$

$$F_s = [R \cdot \sum \{(S_{fRF})_i\}] / (M_d - \Delta M_d) \dots\dots\dots (28)$$

$M_d - \Delta M_d$ は補強効果を受けた土の作用せん断力 S_{wi} による滑動モーメントなので、式(28)は $F_s =$ 「土のせん断強度による総抵抗モーメント」 / 「土の作用せん断応力による総滑動モーメント」という力の釣合いの式(1)の枠組み

で補強斜面の安全率を表現した式である。つまり、式(19)は $T_{wi}=T_{ai}/F_s$ という仮定のもとで基本式(1)と同義となっている。この仮定を含めた各種仮定には不確実性があるので、これを式(24)で $F_{RF}>1.0$ を用いることによってカバーしている、と考えることができる。

8 あとがき

以上で説明した修正Fellenius法による斜面の安定解析は、近似解法であり一定の誤差(通常は安全側)を含む。しかし、地形・浸潤面の推定誤差や c' 、 ϕ' の測定誤差・異方性・ひずみ軟化の無視などによる誤差もあり、修正Fellenius法の誤差だけを問題にするのはバランスを欠く。一方、修正Fellenius法は、地下水位、浸透流、地震荷重、引張り補強力などの影響を考慮してスライス底面の有効直荷重 P' を簡明な式で示せる、という利点がある。このため、ほとんどの設計指針類で採用されている。しかし、基本仮定とそれらに基づいた安全率の理論的誘導は案外複雑である。ここでは、これらを基本に立ち戻って説明することを試みた。

参考文献

- 1) 龍岡文夫, デュッティン・アントワン, 矢崎澄雄, 毛利栄征, 上野和広: 地盤工学・技術ノート 第21~42回盛土の地震時残留すべり計算①~⑥, 基礎工, 2015年3月号~2017年4月号。
- 2) 龍岡文夫, デュッティン・アントワン: スライス法による円弧すべり斜面安定解析における諸留意点, 雑誌ダム技術, No.361, 1月号, pp. 5~30, 2017。
- 3) 龍岡文夫, デュッティン・アントワン: 斜面のスライス法による円弧すべり安定解析での諸留意点, 第52回地盤工学研究発表会, 岡山, 2017。
- 4) 龍岡文夫: 盛土の設計・施工・維持管理における幾つかの課題, 地盤工学会誌, 66-6 (725), 6月号, pp. 1~3, 2018。
- 5) 建設省河川局開発課監修, (財)国土開発技術センター発行: フィルダムの耐震設計指針(案), 平成3年6月, 2.地震時安定性の検討, 2.4安定計算, pp. 7~9 式(2)~(6), 1991。
- 6) (社)日本河川協会編, 建設省河川局監修: 改訂新版建設省河川砂防技術基準(案)同解説, 設計編[1], 技報堂出版, 平成26年3月3日(改訂版新刷版第16刷), 2014。
- 7) デュッティン・アントワン, 龍岡文夫, 矢崎澄夫, 毛利栄征: ため池堤体・フィルダムの非排水繰返し載荷による強度低下を考慮したニューマーク法による地震時残留変形評価法, 地盤工学会誌, 63-3, 3月号, pp. 8~11, 2015。
- 8) デュッティン・アントワン, 龍岡文夫, 田中忠次, 毛利栄征, 石本敏樹, 三浦亨: 農業用フィルダムの地震時安定性に対する締固めの効果の評価例, 第54回地盤工学研究発表会, 大宮, pp. 933~934, 2019。
- 9) 渡邊伸一, 田中忠次, 龍岡文夫, 毛利栄征, デュッティン・アントワン, 矢崎澄夫, 三浦亨: 福島県藤沼旧堤体の崩壊解析を踏まえた新堤体の設計, 基礎工, Vol. 46, No.3, pp. 79~84, 2018。
- 10) 地盤工学会: 地山補強土工法設計施工マニュアル, 2011。
- 11) 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等設計標準・同解説, 土留め構造物, 付属資料18, 丸善出版, pp. 330~338, 2012。